

1. $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} dx = \int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$ resolveré esta integral por cambio de variable, $t = \cos x$; $dt = -\operatorname{sen} x dx$; sustituimos y nos queda la integral $\int -\frac{1}{t} dt = -\ln t$ deshacemos el cambio y nos da la solución de la integral $-\ln(\cos x) + C$
2. $\int \frac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\cos x} dx = \int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} dx + \int \frac{\cos x}{\cos x} dx$ realizamos el mismo cambio que antes y además la primera integral es igual y la segunda es muy fácil nos quedan $-\ln(\cos x) + x + C$
3. $\int \frac{\operatorname{sen} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$; aplicamos el cambio de variable $t = \sqrt{x}$; $dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$; por lo tanto, $\frac{1}{2} \int \operatorname{sen} t dt = \frac{1}{2} \cos t$ volviendo a deshacer el cambio tenemos $\frac{1}{2} \cos \sqrt{x} + C$
4. $\int \frac{dx}{x \ln x}$; hacemos el siguiente cambio $\ln x = t$; $(1/x) dx = dt$. Lo trasladamos a la integral $\int \frac{dt}{t} = \ln t$; quitando el cambio; $\ln(\ln x) + C$
5. $\int \frac{\operatorname{sen}(\ln x)}{x} dx$ luego hacemos el siguiente cambio $t = \ln x$; $dt = \frac{1}{x} dx$; por lo tanto, $\int \operatorname{sen} t dt = -\cos t$, con el cambio nos queda $-\cos(\ln x) + C$
6. $\int \frac{\operatorname{sen} 3x}{\cos^2 3x} dx$; el cambio es $\cos 3x = t$; $-3 \operatorname{sen} 3x dx = dt$; $-\frac{1}{3} \int \frac{-3 \operatorname{sen} 3x}{\cos^2 3x} dx = -\frac{1}{3} \int \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{3} t^{-1} = \frac{-1}{3t}$ con el cambio nos da $-\frac{1}{3 \cos 3x} + C$