

1. $\int e^{4x} dx$ resolveré esta integral por cambio de variable, $t=4x$; $dt=4dx$; sustituimos y nos queda la integral $\int \frac{e^t}{4} dt = \frac{1}{4} e^t$ deshacemos el cambio y nos da la solución de la integral $\frac{1}{4} e^{4x} + C$
2. $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx$ realizamos el siguiente cambio $x^4=t$; $4x^3 dx=dt$ y la integral nos queda $\frac{1}{4} \int \frac{4x^3}{1+x^8} dx = \frac{1}{4} \int \frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{4} \arctan t$; deshacemos el cambio $\frac{1}{4} \arctan x^4 + C$
3. $\int \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$; aplicamos el cambio de variable $t=\arcsin x$; $dt = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$; por lo tanto, $\int e^t dt = e^t$, volviendo a deshacer el cambio tenemos $e^{\arcsin x} + C$
4. $\int \frac{dx}{x \ln x}$; hacemos el siguiente cambio $\ln x=t$; $(1/x)dx=dt$. Lo trasladamos a la integral $\int \frac{dt}{t} = \ln t$; quitando el cambio; $\ln(\ln x) + C$
5. $\int \frac{\arcsin x + x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ dividimos la suma del numerador en dos integrales $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx + \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ luego hacemos los siguientes cambios $t=\arcsin x$; $dt = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$; y para la segunda integral $u = \sqrt{1-x^2}$; $u^2 = 1-x^2$; $2udu = -2xdx$; por lo tanto, $\int t dt - \frac{1}{2} \int \frac{-2udu}{u} = \frac{t^2}{2} - u$, con el cambio nos que $\frac{(\arcsin x)^2}{2} - \sqrt{1-x^2} + C$
6. $\int \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} dx$; el cambio es $e^{2x}=t$; $2x=\ln t$; $\int \frac{t}{1+t} \frac{1}{2t} dt = \int \frac{dt}{1+t} = \frac{1}{2} \ln t$ con el cambio nos da $\frac{1}{2} \ln(1 + e^{2x}) + C$
7. $\int \frac{e^{x^2}}{x^3} dx$ cambio $\frac{1}{x^2} = t$; $\frac{-2}{x^3} dx = dt$, aplicando el cambio en la integral tenemos $-\int \frac{e^t}{2} dt = -\frac{1}{2} e^t = -\frac{1}{2} e^{\frac{1}{x^2}} + C$